

CURVAS TÉCNICAS

Y

CURVAS CÍCLICAS

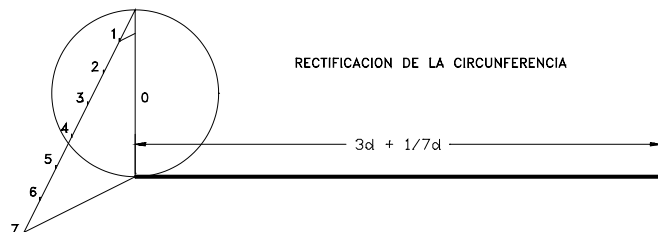
Curvas Cíclicas: trazado de la cicloide, epicicloide e hipocicloide. Evolvente de círculo.

Curvas Técnicas: trazado del óvalo conocido el eje mayor de tres partes, óvalo conocido el eje mayor de cuatro partes, óvalo conocido el eje menor, óvalo conocidos los dos ejes, óvalo inscrito en un rombo, óvalo isométrico, ovoide dado el eje menor, ovoide formado por dos circunferencias, ovoide dado el eje mayor, espiral de 2, 3 y 4 centros, espiral áurea, espiral logarítmica y espiral de Arquímedes. Hélice cilíndrica (sinusoide).

INTRODUCCIÓN:

RECTIFICACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA:

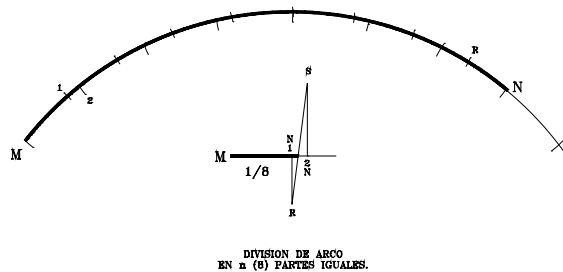
Se divide el diámetro en siete partes iguales y sobre una recta se llevan



22 de dichas partes, es

decir, tres diámetros completos y más una séptima parte del diámetro.

DIVISIÓN DE UN ARCO EN PARTES IGUALES:



Se eligen dos medidas cualquiera, una que llevada n veces sobrepase el arco M_2 y otra que no llegue M_1 , sobre una recta se llevan dichas medidas y en sentido contrario se transportan la medida $1N$ y la $2N$ que unidas cortarán la primera recta en la medida exacta que divide el arco en n partes iguales.

CURVAS CÍCLICAS:

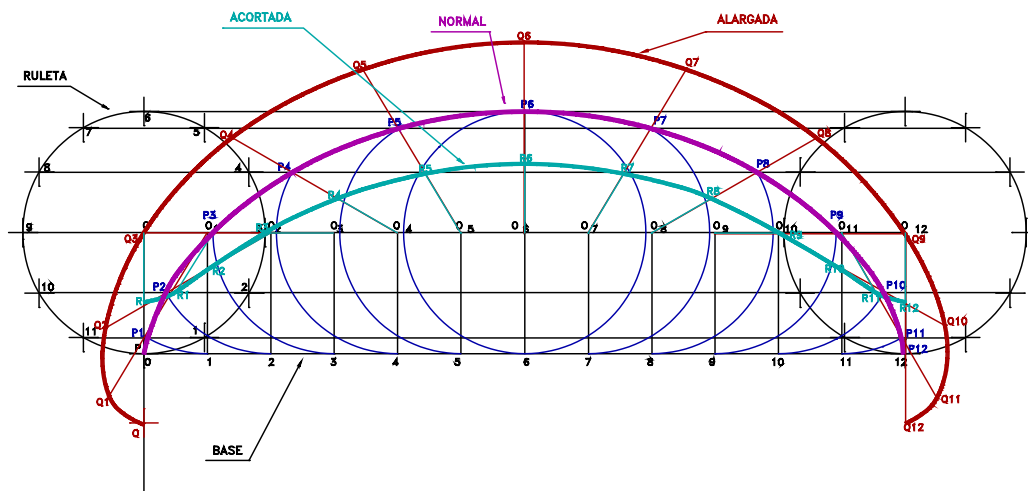
Se llaman curvas cíclicas aquellas que se obtienen por el movimiento de un punto de una circunferencia o de una recta que rueda sin resbalar sobre otra circunferencia o otra recta.

La circunferencia móvil o la recta móvil se llama "**ruleta**" y la línea sobre la que se mueven se llama "**base**".

Las curvas cíclicas tienen gran importancia en dibujo industrial y en mecánica, sobre todo en el trazado de engranajes.

LA CICLOIDE:

Se llama "**cicloide normal**" la curva que describe un punto P de una circunferencia ruleta que rueda sin resbalar sobre una recta base.



Para su trazado, se rectifica la ruleta de centro O y radio OP sobre la base; se tiene así el segmento PP_{12} ; este segmento y la ruleta se dividen en un número igual de partes iguales, doce en la figura; por los puntos $1, 2, 3, \dots$ de la base, se trazan las perpendiculares a ella, obteniendo $O_1, O_2, O_3, \dots$ en la recta de centros, que es la paralela por O a la base.

Para obtener los puntos se opera así: La circunferencia de centro O_1 y radio O_1-1 y la paralela por 1 a la base se cortan en el punto P_1 de la cicloide normal. De la misma forma, la circunferencia de centro O_2 y la paralela por 2 se cortan en P_2 ; así se obtienen $P_3, P_4, P_5, \dots, P_{12}$ y al unirlos se obtiene una arcada de la cicloide normal.

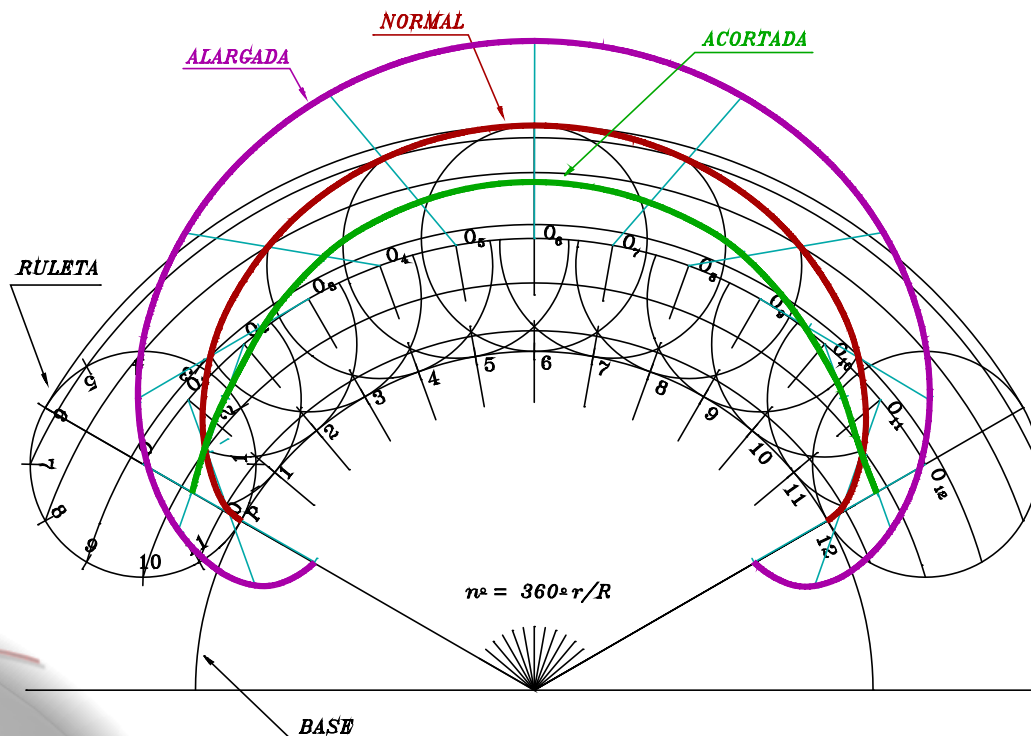
-Cicloide acortada. A partir de la cicloide normal se

obtiene la cicloide acortada, cuyo punto generador es R, interior a la ruleta y solidariamente unido a ella. En todas las posiciones se conserva constante la distancia OR.

-Cicloide alargada. A partir de la cicloide normal se obtiene la cicloide alargada, cuyo punto generador es Q, exterior a la ruleta y solidariamente unido a ella. En todas las posiciones se conserva constante la distancia OQ.

LA EPICICLOIDE.

La epicicloide es la curva que describe un punto P de una circunferencia ruleta que rueda sin resbalar sobre otra circunferencia que hace de base y exteriormente a ella.



Si imaginariamente se dobla la cicloide de forma que la base se transforme en una circunferencia, se obtendría la

epicicloide. Según esto, las construcciones son similares salvo que la rectificación se hará sobre una circunferencia en vez de sobre una recta, para lo que utilizaremos la siguiente formula:

$$360^\circ - 2r$$

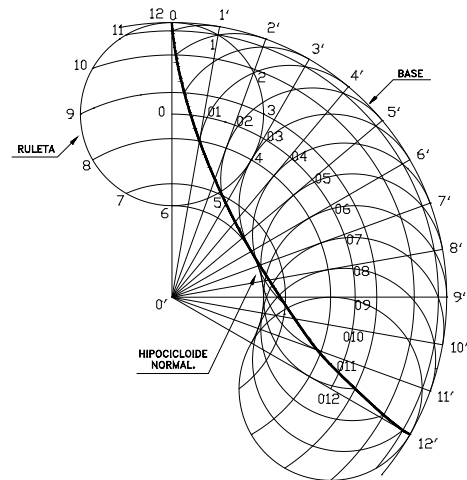
$$n^\circ = 360^\circ r/R$$

$$n^\circ - 2R$$

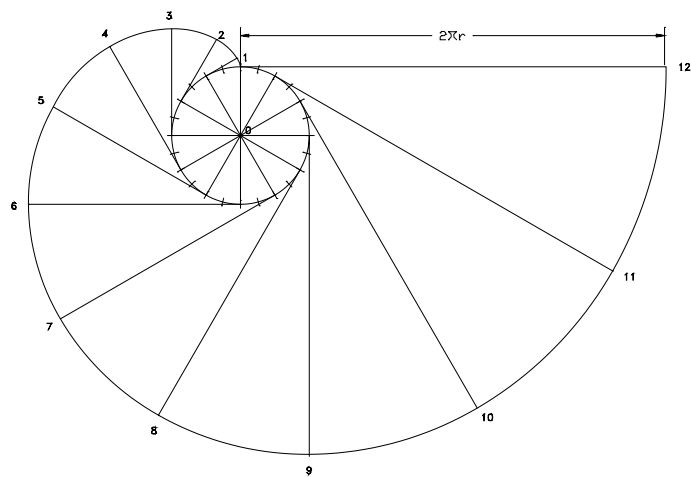
LA HIPOCICLOIDE.

Esta curva está engendrada por el punto P de la circunferencia "ruleta" de centro O que rueda sin resbalar interiormente sobre la circunferencia **base** de centro O'.

Se utiliza la formula anterior $n^\circ = 360^\circ r/R$, para calcular la rectificación de la ruleta sobre la base.



Esta curva se define como el lugar geométrico de las posiciones que va ocupando un punto de una recta que, siendo tangente a una circunferencia, camina sin resbalar sobre ella. El punto generador es el punto T; la



circunferencia base es la de centro O y la ruleta es la recta tangente en el punto T.

Para su trazado se divide la circunferencia en una serie de partes iguales, cuantas más, mejor, y se trazan las tangentes en los puntos obtenidos. Haciendo centro en los puntos de intersección de cada dos tangentes consecutivas y con radio hasta el punto anterior obtenido, se traza un arco de la curva. El segmento T-16 sobre la tangente en T, resulta ser la longitud de la circunferencia base.

Esta curva se emplea para el trazado del perfil de los dientes de las ruedas dentadas.

CURVAS TÉCNICAS:

Las curvas técnicas (óvalos, ovoides y espirales) están formadas por arcos de circunferencia tangentes.

Los óvalos y ovoides son curvas planas y cerradas, ya que empiezan y terminan en el mismo punto, compuestas por cuatro arcos de circunferencia tangentes interiores dos a dos.

Las espirales son curvas abiertas y planas generadas por un punto que se aleja del núcleo, aumentando constantemente su radio de giro.

ÓVALO DE TRES PARTES CONOCIDO EL EJE MAYOR.

Se divide el eje mayor AB en tres partes iguales, obteniendo los centros O1 y O2.

Con centro en O1 y O2 se dibujan las circunferencias iguales de radio $AB/3$. La intersección de las dos circunferencias determinan la posición de los centros O3 y O4.

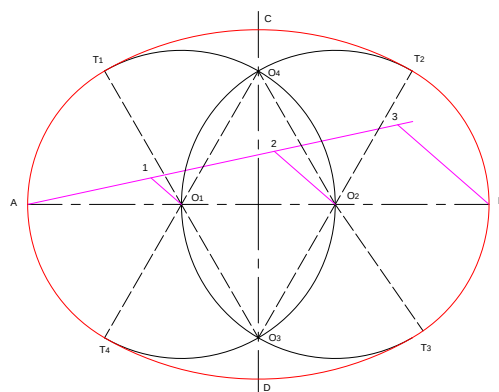
Unimos los centros, como muestra el gráfico, para obtener los puntos de tangencia T1, T2, T3 y T4.

Con centro en O1 y radio O1-A, se traza el primer arco del óvalo.

Con centro en O3 y radio O3-T1, se traza otro arco del óvalo.

Con centro en O2 y radio O2-B, se traza otro arco del óvalo.

Por último, con centro en O4 y radio O4-T3 completamos el óvalo.



ÓVALO DE CUATRO PARTES CONOCIDO EL EJE MAYOR.

Se divide el eje mayor AB en cuatro partes iguales, obteniendo los centros O1 y O2.

Con centro en O, O1 y O2 se dibujan las circunferencias iguales de radio $AB/4$. Los extremos del diámetro vertical en O serán los centros O3 y O4.

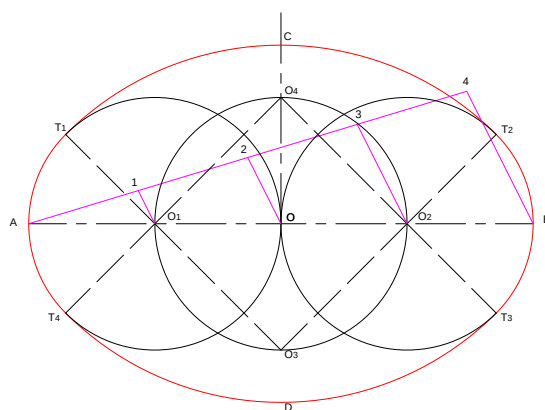
Unimos los centros, como muestra el gráfico, para obtener los puntos de tangencia T1, T2, T3 y T4.

Con centro en O1 y radio O1-A, se traza el primer arco del óvalo.

Con centro en O3 y radio O3-T1, se traza otro arco del óvalo.

Con centro en O2 y radio O2-B, se traza otro arco del óvalo.

Por último, con centro en O4 y radio O4-T3 completamos el óvalo.



ÓVALO CONOCIDO EL EJE MENOR.

Se dibuja la circunferencia que pasa por C y D.

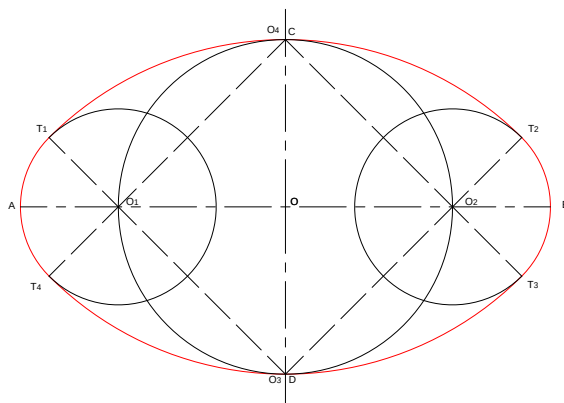
Los extremos del diámetro horizontal de la circunferencia O serán los centros O1 y O2. Los otros dos serán los puntos C y D.

Con centro en D y radio DC se traza el arco que va desde T1 a T2.

Con centro en C y radio CD se traza el arco que va desde T3 a T4.

Unimos los dos arcos trazados anteriormente con un arco de circunferencia de centro O1 y radio O1-T1.

Por último para completar el óvalo se traza el arco con centro O2 y radio O2-T3.



ÓVALO CONOCIDOS LOS DOS EJES.

Óvalo conociendo los dos ejes. Estos deben ser perpendiculares y cortarse en el punto medio O. Unimos los extremos A-C.

Se traza la semicircunferencia que pasa por los extremos del eje mayor AB y se prolonga el eje menor hasta cortarla.

Con centro en C llevamos la diferencia de los semiejes sobre el segmento AC.

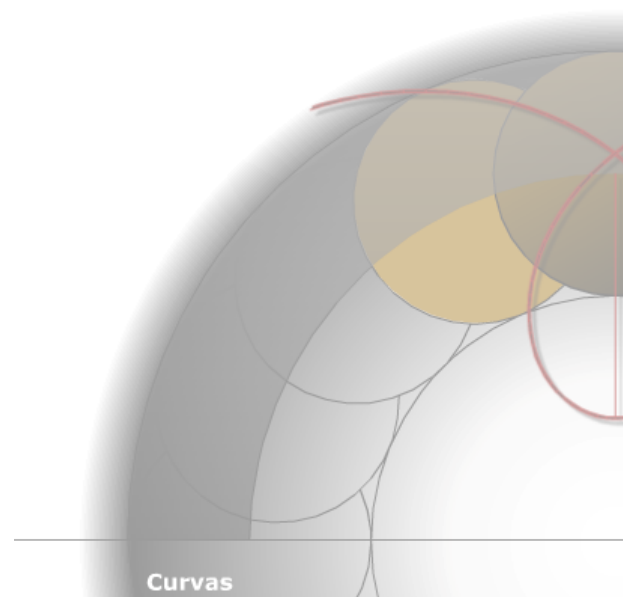
Al segmento resultante se le traza la mediatriz que al cortarse con los ejes determina la posición de los centros O1 y O4. Por simetría obtenemos los otros dos centros O2 y O3.

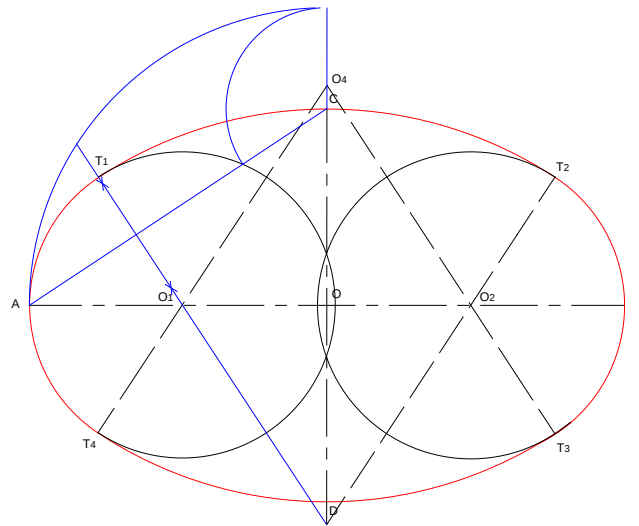
Uniéndolos los cuatro centros situamos la abertura de los ángulos que configuran el óvalo.

Con centro en O4 y radio O4-C, se traza el primer arco del óvalo.

Con centro en O3 y radio O3-D, se traza otro arco del óvalo.

Por último, con centro en O1 y O2 enlazamos los arcos trazados anteriormente completando el óvalo.





ÓVALO INSCRITO EN UN ROMBO.

Óvalo inscrito el rombo ABCD, cuyas diagonales se cortan en su punto medio O. Los extremos C y D serán los centros O1 y O2.

Desde el vértice D trazamos la perpendicular al lado AC y obtenemos el punto de tangencia T1.

Desde el vértice D trazamos la perpendicular al lado CB y obtenemos el punto de tangencia T2.

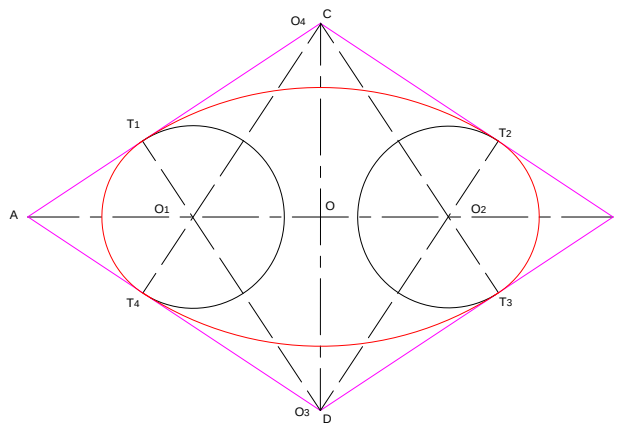
Desde el vértice C trazamos la perpendicular al lado BD y obtenemos el punto de tangencia T3.

Desde el vértice C trazamos la perpendicular al lado DA y obtenemos el punto de tangencia T4. La intersección de las perpendiculares trazadas con el eje mayor del rombo serán los centros O3 y O4.

Con centro en D y radio D-T1, se traza el primer arco del óvalo.

Con centro en C y radio C-T3, se traza otro arco del óvalo.

Por último, con centro en O1 y O2 enlazamos los arcos trazados anteriormente completando el óvalo.



ÓVALO ISOMÉTRICO.

El óvalo isométrico es igual al inscrito en un rombo de ángulos 60° y 120° . Sirve para representar la circunferencia en las tres posiciones espaciales del sistema isométrico.

Desde el vértice D trazamos la perpendicular al lado AC (que en este caso particular coincide con su punto medio) y obtenemos el punto de tangencia T1.

Desde el vértice D trazamos la perpendicular al lado CB (que en este caso particular coincide con su punto medio) y obtenemos el punto de tangencia T2.

Desde el vértice C trazamos la perpendicular al lado BD (que en este caso particular coincide con su punto medio) y obtenemos el punto de tangencia T3.

Desde el vértice C trazamos la perpendicular al lado DA (que en este caso particular coincide con su punto medio) y obtenemos el punto de tangencia T4. La intersección de las perpendiculares trazadas con el eje mayor del rombo serán los centros O3 y O4.

Con centro en D y radio D-T1, se traza el primer arco del óvalo.

Con centro en C y radio C-T3, se traza otro arco del óvalo.

Por último, con centro en O1 y O2 enlazamos los arcos trazados anteriormente completando el óvalo.

OVOIDE CONOCIDO SU EJE MENOR.

Se traza la mediatriz del eje menor CD, obteniendo el centro O1.

Se dibuja la circunferencia que pasa por C y D. Como se aprecia en el gráfico los centros O2, O3 y O4 están situados en los extremos de los diámetros vertical y horizontal.

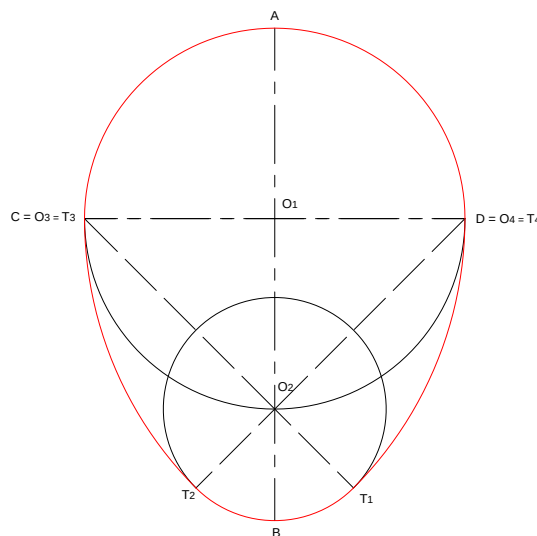
Se unen los centros para situar los puntos de tangencia T1, T2, T3 y T4.

Con centro en O_1 se traza el primer arco del ovoide de radio O_1-A .

Con centro en O_3 se traza el arco de radio O_3-D , desde T_3 hasta T_1 .

Con centro en O_4 se traza el arco de radio O_4-C , desde T_2 hasta T_4 .

Con centro en O_2 se traza el arco de radio O_2-T_1 , desde T_1 hasta T_2 .



OVOIDE DETERMINADO POR DOS CIRCUNFERENCIAS.

Se resta el radio de la circunferencia menor O_2 al de la mayor O_1 , y se traza la mediatriz del segmento que une r_1-r_2 con O_2 .

La intersección de la mediatriz trazada con el eje menor CD nos sitúa el centro O_4 , y por simetría se obtiene O_3 .

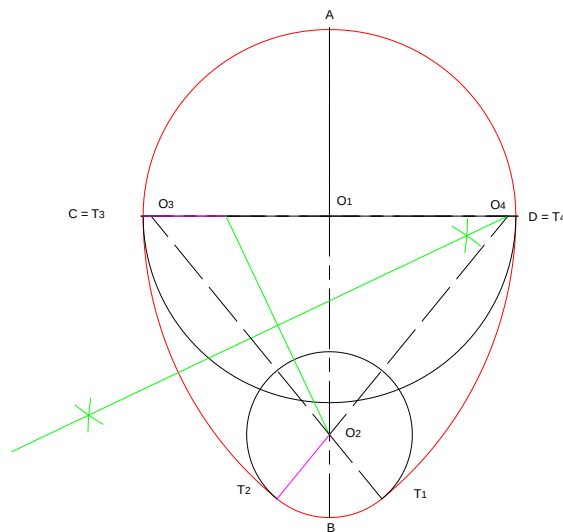
Se unen los centros para situar los puntos de tangencia T1, T2, T3 y T4.

Con centro en O1 se traza el primer arco del ovoide de radio O1-A.

Con centro en O3 se traza el arco de radio O3-D, desde T4 hasta T2.

Con centro en O4 se traza el arco de radio O4-C, desde T1 hasta T3.

Con centro en O2 se traza el arco de radio O2-B, desde T1 hasta T2.



OVOIDE DADO EL EJE MAYOR.

Ovoide dado el eje de simetría AB.

Se divide el eje en seis partes iguales por el teorema de Thales. Se sitúa el centro O1 en la segunda división y O2 en la quinta.

Se trazan las circunferencias tangentes de centros O_1 y O_2 , y radios O_1-A y O_2-B respectivamente.

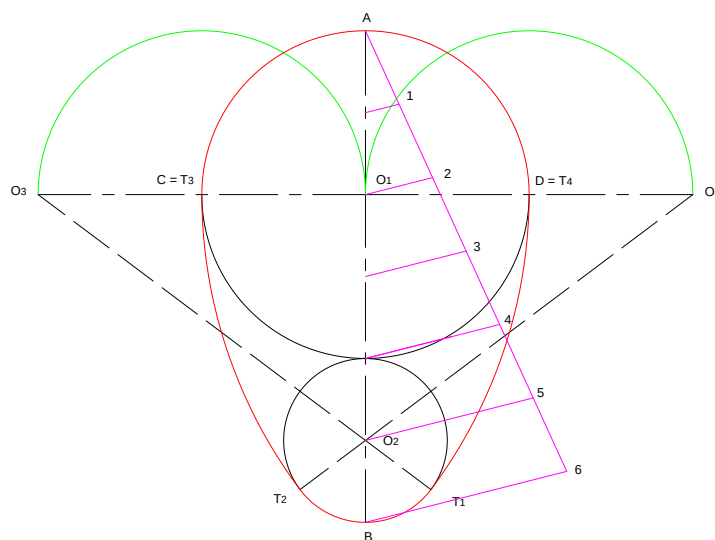
Los centros O_3 y O_4 estarán situados en los puntos simétricos de O_1 respecto a los extremos del eje menor C y D .

Se unen los centros para situar los puntos de tangencia T_1 , T_2 , T_3 y T_4 .

Con centro en O_3 se traza el arco de radio O_3-D , desde T_4 hasta T_2 .

Con centro en O_4 se traza el arco de radio O_4-C , desde T_1 hasta T_3 .

Con centro en O_1 y O_2 se trazan los arcos de radios O_1-A y O_2-B respectivamente.



ESPIRAL DE DOS CENTROS.

Espiral de base el segmento AB. Los centros que generan la curva serán A y B alternativamente y los puntos de tangencia se encuentran sobre la recta que une A y B.

Se traza el arco de centro A y radio A-B y se obtiene el punto de tangencia 1.

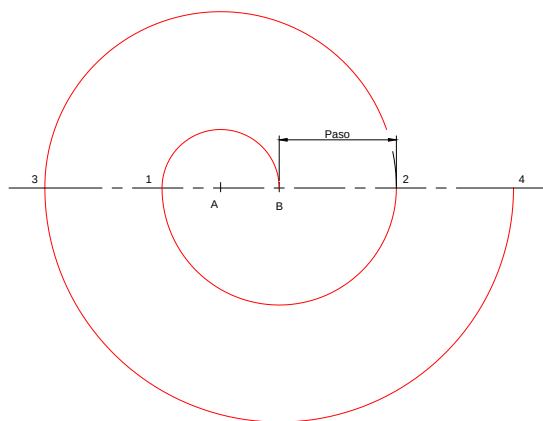
Se traza el arco de centro B y radio B-1 y se obtiene el punto de tangencia 2. A la distancia B-2 se le denomina paso de la espiral.

Se traza el arco de centro A y radio A-2 y se obtiene el punto de tangencia 3.

Se traza el arco de centro B y radio B-3 y se obtiene el punto de tangencia 4.

Se traza el arco de centro A y radio A-4 y se obtiene el punto de tangencia 5.

Se traza el arco de centro B y radio B-5 y se obtiene el punto de tangencia 6, y así sucesivamente.



ESPIRAL DE TRES CENTROS.

Espiral de base triangular ABC. Los centros que generan la curva serán A, B y C alternativamente.

Se prolongan los lados del triángulo equilátero formado por los puntos A, B y C. Sobre estas semirrectas estarán situados los puntos de tangencia de los arcos que dibujan la curva.

Se traza el arco de centro B y radio B-A y se obtiene el punto de tangencia 1.

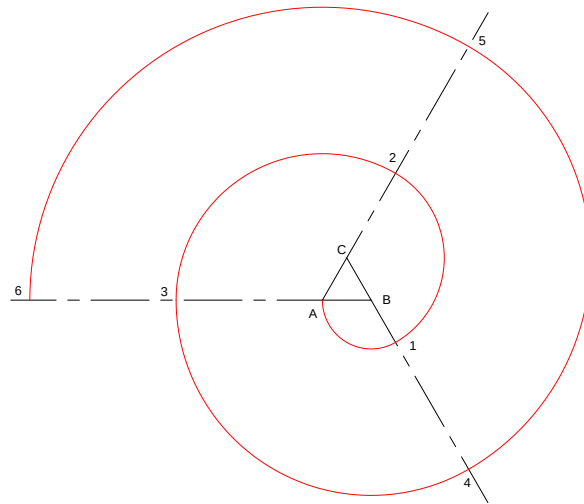
Se traza el arco de centro C y radio C-1 y se obtiene el punto de tangencia 2.

Se traza el arco de centro A y radio A-2 y se obtiene el punto de tangencia 3. . A la distancia A-3 se le denomina paso de la espiral.

Se traza el arco de centro B y radio B-3 y se obtiene el punto de tangencia 4.

Se traza el arco de centro C y radio C-4 y se obtiene el punto de tangencia 5.

Se traza el arco de centro A y radio A-5 y se obtiene el punto de tangencia 6, y así sucesivamente.



ESPIRAL DE CUATRO CENTROS.

Espiral de base cuadrangular ABCD. Los centros que generan la curva serán A, B, C y D alternativamente.

Se prolongan los lados del cuadrado formado por los puntos A, B, C y D. Sobre estas semirrectas estarán situados los puntos de tangencia de los arcos que dibujan la curva.

Se traza el arco de centro B y radio B-A y se obtiene el punto de tangencia 1.

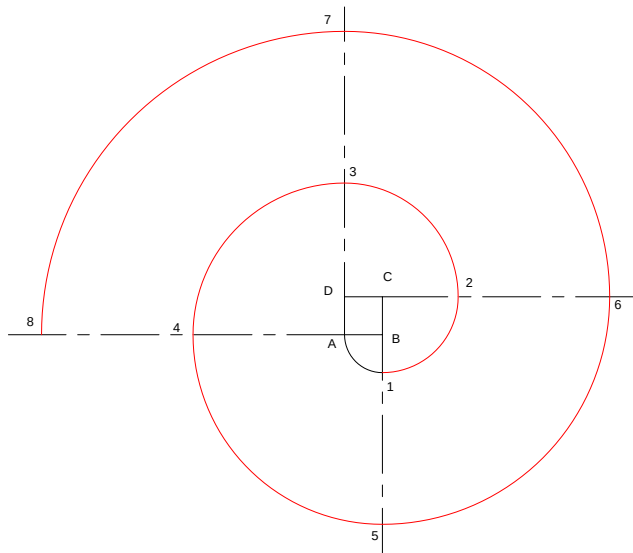
Se traza el arco de centro C y radio C-1 y se obtiene el punto de tangencia 2.

Se traza el arco de centro D y radio D-2 y se obtiene el punto de tangencia 3.

Se traza el arco de centro A y radio A-3 y se obtiene el punto de tangencia 4. . A la distancia A-4 se le denomina paso de la espiral.

Se traza el arco de centro B y radio B-4 y se obtiene el punto de tangencia 5.

Se traza el arco de centro C y radio C-5 y se obtiene el punto de tangencia 6, y así sucesivamente.



ESPIRAL ÁUREA.

Se denomina espiral áurea porque la razón de los radios consecutivos es igual al número de oro. Dibujamos un cuadrado de lado AD.

Se traza el rectángulo áureo cuyo lado menor sea AD, para ello llevamos la distancia M-1 sobre la horizontal.

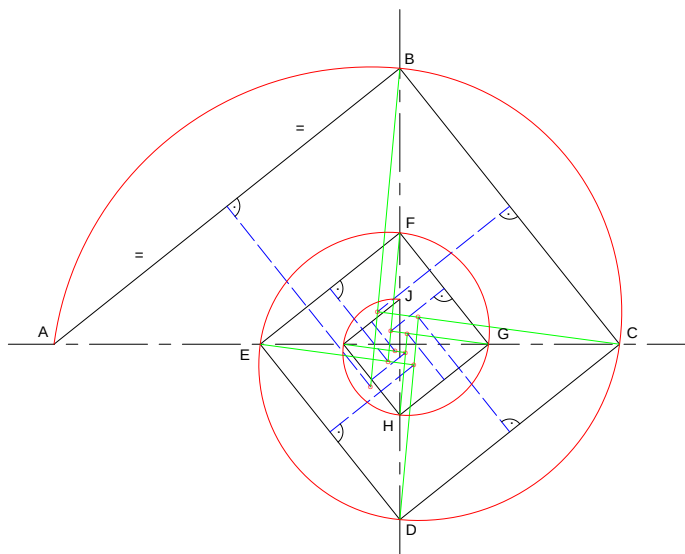
Se dibuja el rectángulo uniendo los cuatro vértices A, B, C y D.

ESPIRAL LOGARÍTMICA.

También llamada mística o natural por ser la que se encuentra en la naturaleza más frecuentemente. Se trata de enlazar con arcos de circunferencia tangentes un polígono formado por segmentos perpendiculares.

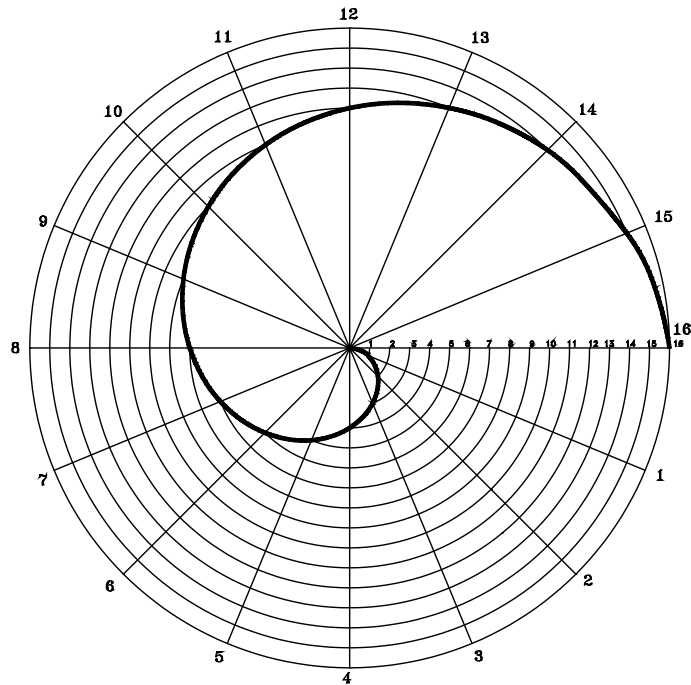
Se traza la mediatriz del primer tramo AB, sobre la que se sitúa el centro O_1 en cualquier lugar. La posición de este primer centro condiciona la forma final de la curva.

Se dibuja el arco de centro O_1 y radio O_1-A .



ESPIRAL DE ARQUÍMEDES.

Se considera un segmento OP que es el paso de la espiral. Con centro en O y radio OP se traza la circunferencia de la figura, la cual se divide en un número de partes iguales, p.e., 16 partes. Se divide el paso en el mismo número de partes iguales; los



puntos de la espiral se obtienen al cortarse las circunferencias concéntricas con los radios que pasan por los mismos puntos de división.

HÉLICE CILÍNDRICA (Sinusoide).

La hélice cilíndrica es una curva alabeada cuya aplicación en mecánica y construcción es muy importante. Es una curva situada sobre la superficie de un cilindro de revolución cuya transformada es una recta. Dicha transformada es la diagonal del rectángulo que es desarrollo del cilindro sobre el que está trazada. Según esto, la hélice es el camino más corto entre dos puntos de la superficie cilíndrica y sus tangentes forman el

mismo ángulo con las generatrices del cilindro; este ángulo es el que forma la diagonal con el lado mayor del rectángulo.

La hélice cilíndrica es la trayectoria del movimiento helicoidal componente de un movimiento circular y de otro rectilíneo, ambos uniformes.

Paso de la hélice es la longitud comprendida entre dos pasos sucesivos de la hélice por una misma generatriz del cilindro. Se llama espira a la parte de la hélice comprendida en un paso, es decir, correspondiente a una vuelta completa de la curva.

